PROGRAMME DE COLLES N°2

semaine du 23/09 au 27/09

La note globale prend en compte la **connaissance du cours**, la **résolution des exercices** et la **présentation orale**. Sauf exception, une question de cours, parmi celles figurant dans ce programme, sera systématiquement demandée.

THÈMES DE LA COLLE▷ **INTÉGRATION**

- Rappel de MPSI (intégrale d'une fonction continue par morceaux sur un segment, propriétés, somme de Riemann, fonction définie par une intégrale dépendant des bornes).
- Intégrale généralisée - définitions : fonction continue par morceaux sur un intervalle, nature d'une intégrale généralisée sur un intervalle de la forme $[a, b[$, $]a, b]$ ou $]a, b[$, intégrale partielle (ou tronquée) et, le cas échéant, intégrale reste, propriété de localisation de la généralisation.
- Propriétés habituelles des intégrales convergentes : linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles.
- intégrale de références : intégrales de Riemann et intégrales exponentielles.
- Intégration par parties et changement de variable dans une intégrale généralisée.
- Cas d'une fonction positive comparaison d'intégrale de fonctions positives (uniquement par majoration), comparaison série-intégrale dans le cas d'une fonction positive décroissante.
- Fonctions intégrables - définitions : intégrale absolument convergente, fonction intégrable sur un intervalle, fonction intégrable en une singularité.
- Intégrale d'une fonction intégrable, inégalité triangulaire intégrale, inégalité triangulaire, espace vectoriel $L^1(I)$ de l'ensemble des fonctions intégrables sur I .
- Comparaison à une fonction intégrable (o , O et $\sim$), intégration des relations de comparaison (la fonction de référence est réelle positive).

PRÉCISION(S)

Bien que les intégrales généralisées soient étudiées, l'accent est mis sur les fonctions intégrables. Notamment, les théorèmes de comparaison sont énoncés en terme d'intégrabilité.

QUESTIONS DE COURS

- Nature et valeur des intégrales de Riemann $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$ puis $\int_a^b \frac{dt}{(t-a)^\alpha}$ pour $a < b$ deux réels : énoncé et démonstration.
- Intégrale "reste" (cas fonction continue par morceaux puis continue) : énoncé et démonstration.
- Comparaison (majoration) d'intégrale de fonctions positives : énoncé et démonstration.
- L'absolue convergence implique la convergence : énoncé et démonstration.
- Comparaison (o , O et $\sim$) à une fonction intégrable : énoncé et démonstration.