

PROGRAMME DE COLLES N°9

semaine du 25/11 au 29/11

La note globale prend en compte la **connaissance du cours**, la **résolution des exercices** et la **présentation orale**. Sauf exception, une question de cours, parmi celles figurant dans ce programme, sera systématiquement demandée.

THÈMES DE LA COLLE▷ **SÉRIES ENTIÈRES**

- Rayon de convergence : lemme d'Abel, comparaison de rayons de convergence, critère de d'Alembert pour les séries entières, rayon de convergence de $\sum_{n \geq 1} n^\alpha z^n$.
- Opérations sur les séries entières : combinaison linéaire, produit de Cauchy et minoration du rayon de convergence.
- Fonction somme d'une série entière de la variable complexe : convergence normale sur tout disque fermé inclus dans le disque ouvert de convergence, continuité de la fonction somme, continuité radiale d'Abel.
- Fonction somme d'une série entière de la variable réelle : égalité des rayons de convergence d'une série entière et de sa série dérivée, la fonction somme d'une série entière de la variable réelle est continue sur son domaine de définition, de classe \mathcal{C}^∞ sur son intervalle ouvert de convergence (dérivation terme à terme), primitivation terme à terme.
- Développement en série entière : unicité du développement en série entière, développements usuels (géométrique, exponentielle, logarithme, fonctions trigonométriques, fonctions trigonométriques et hyperboliques, arctangente, $(1+x)^\alpha$).

PRÉCISION(S)

Pas d'exercices sur séries entières cette semaine, uniquement des exercices sur les intégrales à paramètres.

QUESTIONS DE COURS

- Lemme d'Abel : énoncé et démonstration.
- Critère de d'Alembert pour les séries entières : énoncés et démonstration.
- Convergence normale sur tout disque fermée strictement incluse dans le disque ouvert de convergence : énoncés et démonstration.
- Continuité de la fonction somme sur le disque ouvert de convergence : énoncé et démonstration.
- Rayon de convergence de la série dérivée : énoncé et démonstration.