

PROGRAMME DE COLLES N°12semaine du 06/01 au 10/01

La note globale prend en compte la **connaissance du cours**, la **résolution des exercices** et la **présentation orale**. Sauf exception, une question de cours, parmi celles figurant dans ce programme, sera systématiquement demandée.

THÈMES DE LA COLLE**▷ ESPACES VECTORIELS NORMÉS**

- Reprise du programme précédent.
- Comparaison de normes : domination, équivalence, conséquences sur les suites, les ouverts et les fermés, équivalence des normes en dimension finie (admis).

▷ ANNEAUX ET ARITHMÉTIQUE (COURS ESSENTIELLEMENT)

- Anneaux : rappels (anneaux, groupe des inversibles, anneau intègre, sous-anneau, morphisme d'anneaux), anneau produit, définition d'un idéal.
 - Relation de divisibilité dans un anneau intègre (commutatif), lien avec les idéaux.
 - Anneau $\mathbb{Z}$: idéaux de $\mathbb{Z}$, pgcd d'un nombre fini d'entiers.
 - Anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$: corps $\mathbb{F}_p$ lorsque p premier, théorème chinois et applications (produit de groupes cycliques, résolution de système de congruence).
 - Indicatrice d'Euler : définition, méthode de calcul, théorème d'Euler et petit théorème de Fermat.
 - Arithmétique dans l'anneau $\mathbb{K}[X]$: éléments inversibles, idéaux, pgcd d'un nombre fini de polynômes, polynômes premiers entre eux, polynômes irréductibles (cas particulier de $\mathbb{R}[X]$ et $\mathbb{C}[X]$) et décomposition en produit de polynômes irréductibles.
-

PRÉCISION(S)

Peu d'exercices faits sur les anneaux et l'arithmétique.

QUESTIONS DE COURS

- Caractérisation séquentielle de la domination d'une norme par une autre : énoncé et démonstration.
- Propriétés topologiques invariantes par domination de norme : énoncés et démonstration.
- Caractérisation du pgcd de $n_1, \dots, n_p$ dans $\mathbb{Z}$ (ou $\mathbb{K}[X]$) : énoncé et démonstration.
- Théorème chinois : énoncé et démonstration.
- Multiplicativité de l'indicatrice d'Euler pour des entiers premiers entre eux : énoncé et démonstration.