

PROGRAMME DE COLLES N°13

semaine du 13/01 au 17/01

La note globale prend en compte la **connaissance du cours**, la **résolution des exercices** et la **présentation orale**. Sauf exception, une question de cours, parmi celles figurant dans ce programme, sera systématiquement demandée.

THÈMES DE LA COLLE**▷ RÉDUCTION - ASPECTS ALGÈBRIQUES**

- Algèbre $\mathbb{K}[\mathbf{u}]$ et $\mathbb{K}[A]$ pour un endomorphisme $\mathbf{u} \in \mathcal{L}(E)$ ou une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
- Polynôme annulateur, idéal annulateur, polynôme minimal, $\deg \pi_{\mathbf{u}} = \dim \mathbb{K}[\mathbf{u}]$.
- Lemme de décomposition des noyaux.
- Cas de la dimension finie : théorème de Cayley-Hamilton, polynôme minimal lorsque $\chi_{\mathbf{u}}$ est scindé, critère de diagonalisation (de trigonalisation) à l'aide des polynômes annulateurs, endomorphisme induit sur un sous-espace stable, sous-espaces caractéristiques, matrice de $\mathbf{u}$ dans une base adaptée à la somme directe des sous-espaces caractéristiques (quasi-décomposition de Dunford, matrice diagonale par blocs, chaque bloc étant triangulaire supérieure et de coefficients diagonaux égaux).

QUESTIONS DE COURS

- Si $\mathbf{u}$ admet un polynôme minimal alors $\deg \pi_{\mathbf{u}} = \dim \mathbb{K}[\mathbf{u}]$: énoncé et démonstration.
- Critère de diagonalisation à l'aide des polynômes annulateurs : énoncé et démonstration.
- Polynôme minimal et valeurs propres : énoncé et démonstration.