

PROGRAMME DE COLLES N°14

semaine du 20/01 au 24/01

La note globale prend en compte la **connaissance du cours**, la **résolution des exercices** et la **présentation orale**. Sauf exception, une question de cours, parmi celles figurant dans ce programme, sera systématiquement demandée.

THÈMES DE LA COLLE▷ **FAMILLE SOMMABLE**

- Familles de réels positifs : calcul et ordre dans $[0, +\infty]$, généralisation de la borne supérieure, somme dans $[0, +\infty]$ d'une famille de réels positifs, comparaison et sous-famille, opérations (permutation, linéarité et sommation par paquets).
- Familles sommables : comparaison et sous-famille, opérations (permutation, linéarité et sommation par paquets).
- Cas particulier des sommes doubles : théorèmes de Fubini, distributivité généralisée, produit de Cauchy.

▷ **ESPACES PROBABILISÉ (COURS UNIQUEMENT)**

- Ensemble dénombrables et au plus dénombrables : les parties de \mathbb{N} sont au plus dénombrables, caractérisation par une bijection avec une partie de \mathbb{N} , une injection à valeur dans \mathbb{N} une surjection de \mathbb{N} dans cet ensemble, produit cartésien et union au plus dénombrable, le support d'une famille sommable est au plus dénombrable, \mathbb{R} n'est pas au plus dénombrable, théorème de Cantor, bijection entre $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ et $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$.
- Rappels de dénombrement.
- Théorie des probabilités : tribu (ou σ -algèbre), espace probablisable, probabilité, espace probablisé, propriétés (ensemble vide, complémentaire, additivité pour des événements 2 à 2 incompatibles, sous-additivité, croissance, continuité monotone), probabilité conditionnelle, densité de probabilité et probabilité discrète, probabilité sur un univers au plus dénombrable, modélisation du jeu de pile ou face infini (admis).
- Événements négligeables et presque sûrs : stabilité par réunion ou intersection au plus dénombrable.
- Calcul des probabilités : indépendance (2 à 2 et mutuelle), formule des probabilités composées, formule des probabilités totales (système quasi-complet d'événements), formule de Bayes.

PRÉCISION(S)

- Pas d'exercice de probabilités cette semaine, uniquement du cours.
- Au besoin, l'exercice sur les familles sommables peut être complété par un exercice d'arithmétique des entiers ou des polynômes.

QUESTIONS DE COURS

- Comparaison de famille de réels positifs : énoncé et démonstration.
- Propriété de permutation pour une famille de réels positifs : énoncé et démonstration.
- Probabilité associée à une densité de probabilité : énoncé et démonstration.
- Extension des propriétés des probabilités sur un univers fini : énoncé et démonstration.
- Continuité monotone : énoncé et démonstration (cas croissant).