

PROGRAMME DE COLLES N°15semaine du 27/01 au 31/01

La note globale prend en compte la **connaissance du cours**, la **résolution des exercices** et la **présentation orale**. Sauf exception, une question de cours, parmi celles figurant dans ce programme, sera systématiquement demandée.

THÈMES DE LA COLLE**▷ ESPACES PROBABILISÉS**

- Reprise du programme précédent.

▷ ESPACES PRÉHILBERTIENS RÉELS (*révision de première année - cours uniquement*)

- produit scalaire, norme associée, inégalités de Cauchy-Schwarz et triangulaires et cas d'égalités, identités de polarisation et du parallélogramme, orthogonalité, théorème de Pythagore, procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, orthogonalité et sous-espaces vectoriels.
- Cas particulier des espaces euclidiens : base orthonormée, expression matricielle du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormée, matrice d'un endomorphisme dans une base orthonormée.
- Projection sur un sous-espace de dimension fini F : supplémentarité orthogonale de F et $F^\perp$, projecteur orthogonal, expression dans une base orthonormée de F , application aux problèmes de distance.

▷ ENDOMORPHISME DES ESPACES EUCLIDIENS (cours uniquement)

- Matrices orthogonales, groupe orthogonal, applications aux bases orthonormées.
 - Endomorphisme adjoint, caractérisation par la matrice dans une base orthonormée, endomorphisme auto-adjoint, théorème spectral, endomorphismes auto-adjoints positifs et définis positifs.
-

PRÉCISION(S)

- Pas d'exercice sur les espaces préhilbertiens cette semaine.
-

QUESTIONS DE COURS

- Caractérisation des matrices orthogonales avec les vecteurs lignes/colonnes : énoncé et démonstration.
- $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$ et $\mathcal{SO}_n(\mathbb{R})$ sont des sous-groupes de $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$: énoncé et démonstration.
- Caractérisation des projecteurs orthogonaux : énoncé et démonstration.
- Existence d'un vecteur propre pour un endomorphisme auto-adjoint : énoncé et démonstration (en admettant l'existence d'un sous-espace stable de dimension 1 ou 2).
- Caractérisation du caractère positif ou défini positif avec le spectre : énoncé et démonstration.